

北京博飞教育中心独家奉献

2004 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数学

本试卷共 10 页，满分 100 分，考试用时 120 分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得分	评卷人

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

1. $\cos 2010^\circ =$

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 函数 $y = 3\cos x - 4\sin x$ 的最大值为

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 25

3. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$

(A) -18 (B) 18 (C) 54 (D) 6

4. 设数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = 3n + 2, n = 1, 2, \dots$ 则 $\{a_n\}$ 前 19 项的和为

(A) 551 (B) 570 (C) 608 (D) 670

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2}{n(3n + 2)} =$

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) 2 (D) 1

6. 不等式 $\sqrt{x+3} > \frac{1}{2}x$ 的解集为

- (A) $\{x|-3 \leq x < 0\}$ (B) $\{x|-3 \leq x < 2\}$ (C) $\{x|-3 \leq x < 6\}$ (D) $\{x|-2 < x < 6\}$
7. 某公司从 8 名职员中选出 4 人派往甲、乙、丙 3 地出差, 其中甲地需去 2 人, 另外两地各去 1 人. 那么, 不同的选派方法共有
(A) 105 种 (B) 210 种 (C) 420 种 (D) 840 种
8. 设复数 z 满足 $z^2 + z + 1 = 0$, 则 $z^3 - z - \frac{1}{z} + \frac{1}{z^3} =$
(A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3
9. 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点到该双曲线的渐近线的距离为
(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
10. 设 A 、 B 是直线 $y = 2x - 3$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的两个交点, M 是 AB 的中点, O 为坐标原点, 则直线 OM 的斜率为
(A) $-\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{8}$
11. 在三棱锥的 4 个面中, 为直角三角形者, 最多可能有
(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
12. 设 a, b 是实数, 则 $|a - b| > |b| - |a|$ 的充分必要条件是
(A) $\frac{a}{b} < 1$ (B) $\frac{b}{a} < 1$ (C) $a < b$ (D) $b < a$

得 分	评卷人

二、填空题: 本大题共 8 小题; 每小题 3 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

13. 已知 $\sin \theta = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\theta$ 的值为_____.
14. 设 $f(x) = a - \frac{4}{2^x + 1}$ 是奇函数, 则常数 a 的值为_____.
15. 函数 $f(x) = 2\cos(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为_____.
16. 在空间直角坐标中, 经过坐标原点作直线垂直于平面 $x + 2y - 2z = 3$, 则垂足的坐标为_____.
17. 设直线 $4x - 3y = m$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ 相切, 并且切点在第一象限, 则 m 的值为_____.

18. 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 3$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = \frac{n-1}{n+1} a_{n-1}$, 则 a_9 的值为_____

19. 整数 4^{12} 被 25 除后的余数是_____

20. 已知多项式 $p(x)$ 被 $x^2 + 1$ 除后的余式为 $2x - 3$, 并且 $p(0) = 0$, 那么 $p(x)$ 被 $x(x^2 + 1)$ 除后的余式为_____.

三、解答题: 在第 21, 22, 23 题三个题目中任选两题作答. 在第 24、25、26、27 这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题.

得 分	评卷人

21. (本题满分 10 分)

设向量 $a = (4, 1)$, $b = (-6, 7)$, 非零向量 $p \perp (a - b)$. 求向量 p 、 a 的夹角 $\langle p, a \rangle$ 的大小.

得 分	评卷人

22. (本题满分 10 分)

设 $\triangle ABC$ 的周长为 12, 三个内角 A 、 B 、 C 成等差数列, 求角 B 所对边长的最小值.

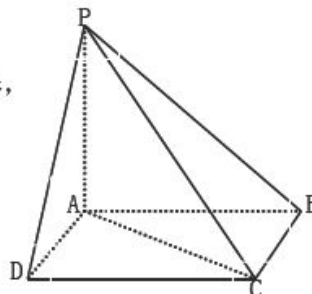
得分	评卷人

23. (本题满分 10 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧棱 $PA \perp$ 底面, 二面角 $P-BC-A$ 等于 45° .

(I) 求 $\frac{PA}{AB}$ 的值;

(II) 求 PD 与截面 PAC 所成角的大小.



得分	评卷人

24. (本题满分 10 分, 文史类考生不做)

设抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上有不同两点 M 、 N 关于直线 $x + 2y = 8$ 对称, 求焦距 p 的取值范围.

25. (本题满分 10 分, 文史类考生不做)

设函数 $f(x) = |\lg x| (x > 0)$. 若 $a \neq b$, 并且 $f(a) = \frac{1}{2} f(b) = f(\frac{a+b}{2})$, 求 a 和 b 的值.

得 分	评卷人

26. (本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设抛物线 $y^2 = 4x$ 上不同的两点 M 、 N 关于直线 $x + 2y = 8$ 对称, 求直线 MN 的方程.

得 分	评卷人

27. (本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设函数 $f(x) = x^2 + ax + b$, 不等式 $0 \leq f(x) \leq 6 - x$ 的解集为 $\{x | 2 \leq x \leq 3 \text{ 或 } x = 6\}$, 求 a 和 b 的值.