

## 北京博飞教育中心独家奉献

2000 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

## 数学

本试卷共 10 页，满分 100 分，考试用时 120 分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得分	评卷人

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

1. 函数  $y = \frac{x+3}{2x-1} (x \neq \frac{1}{2})$  的反函数是

(A)  $y = \frac{2x-1}{3x+3} (x \neq -3)$

(B)  $y = \frac{x+3}{2x-1} (x \neq \frac{1}{2})$

(C)  $y = \frac{3x+1}{2-x} (x \neq 2)$

(D)  $y = \frac{x+3}{1-2x} (x \neq \frac{1}{2})$

2. 满足  $x^2 - \tan x = 0$  的实数  $x$ ，共有

(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 无穷多个

3. 方程  $y + 2\sqrt{3-x^2} = 0$  所表示的曲线是

(A) 一个圆

(B) 半个圆

(C) 半个椭圆

(D) 一个椭圆

4. 在小于 100 的正整数中，能被 3 整除的所有各数之和为

(A) 1632

(B) 1683

(C) 3264

(D) 3366

5. 体积为  $8m^3$ ，全面积为  $22m^2$  的长方体

(A) 不存在

(B) 只有 1 个

(C) 共有 2 个

(D) 有无穷多个

(6~7) 设多项式  $p(x) = x^5 + x^4 + ax^2 + x + b$  除以  $x^2 + x + 1$  所得的余式为  $x + 2$ ，则

6.  $a =$

(A) 2

(B) 0

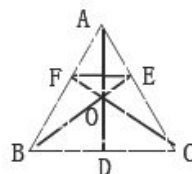
(C) -1

(D) -3

7.  $b =$

- (A) 3 (B) 1 (C) -1 (D) -2

(8~10) 如图,  $\triangle ABC$  是边长为 2 的正三角形, 点  $O$  是中心,  $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别是各边的中点, 则



8.  $\overrightarrow{AE} \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BO}) =$

- (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{6}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  (D)  $\frac{1}{2}$

9. 在  $\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \lambda\overrightarrow{EF}$  中, 实数  $\lambda =$

- (A)  $-\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $-\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{2}{3}$

10. 下列等式不成立的是

- (A)  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$  (B)  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AE}$   
(C)  $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO}$  (D)  $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$

(11~12) 设,  $x > 0, y > 0, \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = 4, z = 2\log_4 x + \log_2 y$  则

11.  $z$  的最小值是

- (A) -4 (B) -3 (C)  $-\log_2 6$  (D)  $2\log_2 \frac{3}{8}$

12. 使  $z$  取最小值的实数对  $(x, y)$  的值为

- (A)  $(1, \frac{1}{6})$  (B)  $(\frac{3}{8}, \frac{3}{8})$  (C)  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$  (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

得分	评卷人

二、填空题: 本大题共 8 小题; 每小题 3 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

13. 设实数  $t > 0$ , 矩阵  $M = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $N = \begin{pmatrix} t-2 & 1 \\ t & 2 \end{pmatrix}$ . 若  $\det(MN) = 0$ , 则  $t$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = 5n - 3n^2 (n \in \mathbb{Z}^+)$ , 则  $a_{20}$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 现有两种型号的照相机各 10 部, 从中任意抽取 3 部进行质量检测, 若要求抽检的照相机兼备两种型号, 则不同的抽取方法共有\_\_\_\_\_种. (限用正整数作答.)

16. 设  $x$  是变量,  $a$  为常数, 若  $(\sqrt[3]{x} + \frac{a}{x})^{12}$  的展开式中常数项等于 440, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

17. 复数  $z = \frac{2(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})^5}{\sqrt{3} - i}$  的辐角主值为\_\_\_\_\_.

18. 与直线  $x + 2y - 3 = 0$  垂直, 且与抛物线  $y = x^2 - 2x + 2$  只有一个公共点的直线之方程为\_\_\_\_\_.

19. 给定两点  $A(-2, 0)$  和  $B(2, 0)$ , 若动点  $M$  使直线  $MA$  和  $MB$  的斜率之乘积等于常数  $-3$ , 则点  $M$  的轨迹之方程为\_\_\_\_\_.

20. 设  $\triangle ABC$  是边长为  $4\text{cm}$  的正三角形,  $D$  为  $BC$  的中点, 若沿  $AD$  将  $\triangle ABC$  折成  $60^\circ$  的二面角 (如图), 则点  $A$  到直线  $BC$  的距离为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



三、解答题: 在第 21, 22, 23 题三个题目中任选两题作答, 报考理工农医类的考生做第 24, 25 题, 报考文史类的考生做第 26, 27 题.

得 分	评卷人

21. (本小题满分 10 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边长依次为  $a, b, c$ , 且组成等比数列, 公比  $q > 1$ .

当  $\cos B = \frac{3}{4}$  时, 求  $q$  和  $\sin C$  的值.

得分	评卷人

22. (本小题满分 10 分)

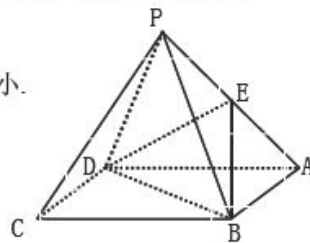
设直线  $l: \frac{x-6}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$  与平面  $\pi: 2x-2y+z=4$  相交于点  $P$ . 在平面  $\pi$  内, 过点  $P$  作直线  $l_1 \perp l$ , 求点  $P$  的坐标和直线  $l_1$  的方程.

得分	评卷人

23. (本小题满分 10 分)

如图, 在正四棱锥  $P-ABCD$  中, 点  $E$  是侧棱  $PA$  的中点,  $PA \perp$  平面  $BDE$ .

- (1) (4 分) 求证:  $PC \parallel$  平面  $BDE$ ;
- (2) (6 分) 求直线  $PB$  与平面  $BDE$  所成的角之大小.



得 分	评卷人

24. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

考虑经过点  $A(0,2)$  的直线  $l$ , 以及经过两点  $P(-1,0)$  和  $Q(3,0)$  的圆  $N$ , 若直线  $l$  与圆  $N$  相交于  $B$ 、 $C$  两点, 且  $|AB|=|AC|$ ,  $|BC|=|PQ|$ , 求圆  $N$  和直线  $l$  的方程. (注:  $|AB|$  表示线段  $AB$  的长度.)

得 分	评卷人

25. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

已知二次函数  $f(x)$  有最大值 8, 且  $f(2)=f(6)=0$ . 求不等式  $|f(x)| \leq 10x$  的解集.

得 分	评卷人

26. (本小题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设常数  $a, b \in \mathbb{R}$ , 联立方程组
 
$$\begin{cases} x+2y=b, \\ y+bz=a, \\ ax+2y+(a-1)z=0 \end{cases}$$
 有两组以上的解, 求  $a, b$  的值.

得 分	评卷人

27. (本小题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

圆  $N: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$  截直线  $l: y = k(x+1) - 2$  所得的弦  $PQ$  之弦心距等于弦长  $|PQ|$ , 求  $|PQ|$  和  $k$  的值.