

北京博飞华侨港澳台联考培训班——数学专项训练——数列 6**数列求通项**

(6 种方法 9 种类型)

一. 公式法

【类型一】 等差 or 等比
套公式, 题目略.

二. 累加法

【类型二】 $a_{n+1} - a_n = f(n)$

1. 已知 $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + n$ ($n \geq 2$), 求 a_n

2. 已知 $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ ($n \geq 2$), 求 a_n .

3. 已知 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 2^n$, 求 a_n .

4. 已知 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 2 \cdot 3^n + 1$ ($n \geq 1$), 求 a_n .

5. 已知 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n^2 + n}$, 求 a_n .

三. 累乘法

【类型三】 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = g(n)$

1. 已知 $a_1 = 1$, $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{n} (n \geq 1)$, 求 a_n .
2. 已知 $a_1 = 1$, $a_n = \frac{n-1}{n+1} a_{n-1} (n \geq 2)$, 求 a_n .
3. 已知 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \frac{3n-1}{3n+2} a_n (n \geq 1)$, 求 a_n .
4. 已知 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2^n a_n (n \geq 1)$, 求 a_n .

A. 凑等差等比法

【类型五】 $a_n = Aa_{n-1} + B$ (A 、 B 均为常数且 $A \neq 1$, $B \neq 0$)

1. 已知 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1 (n \geq 1)$, 求 a_n .
2. 已知 $a_1 = 1$, $a_n = 3a_{n-1} + 2 (n \geq 2)$, 求 a_n .
3. 已知 $a_1 = 1$, $a_n = \frac{1}{2} a_{n-1} + 1 (n \geq 2)$, 求 a_n .
4. 已知 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n - 1 (n \geq 1)$, 求 a_n .

【类型六】 $a_n = pa_{n-1} + qa_{n-2}$ (p 、 q 均为常数且 $p+q=1$)

1. 已知 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n (n \geq 1)$, 求 a_n .

2. 已知 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = \frac{2}{3}a_{n+1} + \frac{1}{3}a_n (n \geq 1)$, 求 a_n .

【类型七】看提示凑等差等比

1. 已知 $a_1 = 4, a_n = 3a_{n-1} + 2n - 1 (n \geq 2)$,

(1) 证明 $\{a_n + n + 1\}$ 是等比数列;

(2) 求 a_n .

2. 已知 $a_1 = \frac{1}{2}$, $2a_{n+1} - a_n = n (n \geq 1)$, 令 $b_n = a_{n+1} - a_n - 1$,

(1) 求证: $\{b_n\}$ 是等比数列;

(2) 求 a_n .

五. 取倒数法

【类型八】已知 $a_1 = 4$, $a_{n+1} = \frac{2 \cdot a_n}{2a_n + 1}$, 求 a_n

六. 取对数法

【类型九】已知 $a_1 = 10$, $a_{n+1} = a_n^2$, 求 a_n .

数列求通项练习

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = n$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
 2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = 2^n$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
 3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = n + 2^n$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
 4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
 5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n + 2^n - 1$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
- A. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{n}$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
- B. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2n+1}{2n-1}$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .
- C. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{n+2}{n} a_n$ ，且 $a_1 = 1$ ，求通项 a_n .

D. 若 $a_{n+1} = 2a_n + 1$, $a_1 = 1$, 求 a_n .

E. 若 $a_{n+1} = 3a_n + 1$, $a_1 = 1$, 求 a_n .

F. 若 $a_{n+1} = 3a_n + 4$, $a_1 = 1$, 求 a_n .

G. 若 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1}$, 求 a_n .

H. 若 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$, 求 a_n .

I. 若 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+1} = \frac{3}{2}a_n - \frac{1}{2}a_{n-1}$, 求 a_n .

15. 若 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_{n+1} = (1+q)a_n - qa_{n-1}$, 求 a_n .