

数学归纳法

2008 年

(24) (本题满分 15 分, 文史类考生不做)

$$\text{设 } a_n = \int_n^{n+1} x dx, S_n = \sum_{k=1}^n a_k, n=1, 2, 3 \dots$$

(I) 求 a_n 和 S_n ; (II) 设 $T_n = \sum_{k=1}^n (3^{1-k} - \frac{1}{S_k})$. 证明: 当 $n \geq 4$ 时, 都有 $\frac{2}{n+2} < T_n < \frac{2}{n+1}$.

(26) (本题满分 15 分, 理工类考生不做)

设函数 $f(x) = \frac{x}{3} - \ln(\sqrt[3]{x}) (x > 0)$, 数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 > 0$ 且 $a_1 \neq 1$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = 3f(a_{n-1})$

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小值以及对应的 x 值;(II) 证明: 当 $n \geq 2$ 时, 都有 $a_n > a_{n+1} > 1$.

2002 年

24. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

证明不等式 $(\lg 2 - \lg 3) + (\lg 4 - \lg 5) + \dots + [\lg(2n) - \lg(2n+1)] > \frac{1}{2} \lg(2n+3) - \lg(2n+2)$

对任意正整数 n 都成立.