

北京博飞教育中心独家奉献

2012 年中华人民共和国普通高等学校

联合招收华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数 学

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 M 含有 10 个元素，那么 M 的真子集中，至少含有 8 个元素的共有

- (A) 56 个 (B) 55 个 (C) 46 个 (D) 45 个

(2) 函数 $f(x) = 2^x + \ln(2x+1)$ 在 $x=0$ 处的导数 $f'(0) =$

- (A) $2 + \ln 2$ (B) $1 + \ln 2$ (C) 2 (D) 3

(3) 已知直线 $ax + 2y = 4$ 的倾斜角为 135° ，则 $a =$

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)} =$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) 1

(5) 设 a_1, a_2, \dots, a_9 成等差数列，若 $\sum_{k=1}^9 a_k = 0, \sum_{k=1}^9 a_k^2 = 15$ ，且 $a_1 < a_2$ ，则 $a_9 =$

- (A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{3}{4}$

(6) 设复数 z 满足 $1 + 2z + 4z^2 + 8z^3 = 0$ ，则 $|z| =$

- (A) 2 (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

(7) 9 个人站成一排，从中任选 3 人，则这 3 人中任意 2 人都不相邻的概率为

- (A) $\frac{7}{12}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

(8) 离心率为 2 的双曲线的焦点到渐近线的距离等于 3，则该双曲线的焦距为

- (A) 3 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $4\sqrt{3}$

(9) 设椭圆 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 ，点 $P(x_0, y_0)$ 在椭圆上，且 $|PF_1| = 2|PF_2|$ ，则 $x_0 =$

- (A) 2 (B) 3 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{2}$

(10) 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, 若侧棱与底面成 30° 角, 则侧面与底面所成的二面角 $\alpha =$

- (A) $\arctan \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\arctan \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\arcsin \frac{1}{2}$

(11) 设 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = \sin \omega x \cos \omega x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 单调增加, 则 ω 的最大值为

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

(12) 设 $a+b+c=0, a^2+b^2+c^2=1$, 则 $a^4+b^4+c^4=$

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

二、填空题: 本大题共 6 小题; 每小题 5 分.

(13) 某企业从甲、乙、丙三地招聘一批员工, 其中 39 人招自甲地, 91 人招自乙地, 余者招自丙地。为了解他们对企业发展的意见和建议, 采用分层抽样的方法, 从这批员工中抽取 56 人进行调研, 如果被抽取的这些人中来自丙地共有 16 人, 那么, 从这批新招的员工共有 _____ 人.

(14) 直线 $x+2y=1$ 关于点 $M(1,2)$ 对称的直线的方程为 _____.

(15) 若正四棱柱的对角线长为 3, 则其侧面积的最大值是 _____.

(16) 在空间直角坐标系中, 经过 $P(1,1,1)$ 和 $Q(-1,0,2)$ 且与直线 $\begin{cases} 3x-2y+2=0, \\ y-3z+5=0 \end{cases}$ 平行的平面方程为 _____.

(17) 用 x^2+x 除多项式 x^5+3x^3+4x-3 得到的余式为 _____.

(18) 设圆锥轴截面的顶角为 θ , $\cos \theta = -\frac{7}{25}$, 则该圆锥侧面展开图扇形的圆心角

$\alpha =$ _____.

三、解答题: 本大题共 4 小题; 每小题 15 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(19) 在 $\triangle ABC$ 中, 设内角 A, B, C 所对边长分别为 a, b, c . 已知 $(\tan A + 1)(\tan B + 1) = 2$, $\cos 2B + \sin^2 C = 1 + \sin^2 A$, $a = 2$. 求角 C , 边长 b 和 $\triangle ABC$ 的面积.

(20) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = a > 0$, 公比 $q = \frac{1}{2}$. 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 3n$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项;

(II) 是否存在正数 p 和 r 使 $b_n + \log_p a_n = r$ 对任意正整数 n 都成立? 若存在, 求 p 和 r ; 若不存在, 说明理由.

(21) 已知直线 l 与抛物线 $y^2 = 4x$ 相交于 A, B 两点, 且与圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 相切.

(I) 求直线 l 在 x 轴上截距 c 的取值范围;

(II) 设 F 是抛物线的焦点, $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = 0$, 求直线 l 的方程.

(22) 设函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ ($a \neq 0$) 是增函数, $g(x) = f(x+x_0) - f(x_0)$, 且对任意 $x_0 \geq -\frac{1}{2}$, $g(x)$ 都不是奇函数. 证明 $M = \frac{3a+2b+c}{2b-3a} > 0$, 并求 M 的最小值.