北京博飞教育中心独家奉献

2011年中华人民共和国普通高等学校
联合招收华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试
数　学

一、选择题：本大题共12小题；每小题5分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1）已知 $\tan\theta+\cot\theta<0$，那么角 θ 是

（A）第一或第二象限角　　（B）第三或第四象限角

（C）第一或第三象限角　　（D）第二或第四象限角

（2）设 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为1的正方体，则四面体 ACB_1D_1 的体积是

（A）$\frac{1}{2}$　（B）$\frac{1}{3}$　（C）$\frac{1}{4}$　（D）$\frac{1}{6}$

（3）在 ΔABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c．若 $a^2+c^2-b^2=\sqrt{3}ac$，则 $B=$

（A）$\frac{\pi}{6}$　（B）$\frac{\pi}{3}$　（C）$\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$　（D）$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

（4）若复数 z 的虚部不为零，且 $z^3+z+1=0$，则

（A）$|z|<1$　（B）$|z|=1$　（C）$1<|z|<\sqrt{2}$　（D）$|z|\geq\sqrt{2}$

（5）若 $a=\log_2 3$，$b=\log_4 6$，$c=\log_6 9$，则

（A）$a=b=c$　（B）$a<b<c$　（C）$b<c<a$　（D）$c<b<a$

（6）在四面体 $ABCD$ 中，$AB=\sqrt{2}$，其余各棱长均为1，则二面角 $A-CD-B$ 的余弦值为

（A）$-\frac{1}{3}$　（B）0　（C）$\frac{1}{3}$　（D）$\frac{1}{2}$

（7）设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=1-\frac{1}{2n+1}$，则 $a_n=$

（A）$\frac{1}{2n-1}$　（B）$\frac{1}{2n+1}$　（C）$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$　（D）$\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

（8）圆的直角坐标方程为 $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+(y-1)^2=4$，在以原点为极点，$x$ 轴正半轴为极轴的极坐标系中，该圆的方程为

（A） $\rho=2$　　（B） $\rho=4\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)\left(\theta\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]\right)$

（C） $\rho=4\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)\left(\theta\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]\right)$　　（D） $\rho=4\cos\theta\left(\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\right)$

（9）函数 $y=\frac{1}{x+1}+1(x>-1)$ 的反函数为

（A） $y=\frac{1}{x-1}+1(x>1)$　　（B） $y=\frac{1}{x+1}+1(x>-1)$

（C） $y=\frac{1}{x+1}-1(x>-1)$　　（D） $y=\frac{1}{x-1}-1(x>1)$

（10）设 F_1,F_2 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点，P 为 C 上一点，若 ΔF_1F_2P 是等腰直角三角形，则 C 的离心率为

（A） $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　　（B） $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$　　（C） $1+\sqrt{2}$　　（D） $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

（11）若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 1,\\ ax+b, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，则 $a-b=$

（A） 3　　（B） 2　　（C） 1　　（D） 0

（12）点 D、E、F 是 ΔABC 内三点，满足 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{EF}$，$\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{FD}$. 设 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $(\lambda,\mu)=$

（A） $\left(\frac{4}{7},\frac{2}{7}\right)$　　（B） $\left(\frac{1}{7},\frac{4}{7}\right)$　　（C） $\left(\frac{4}{7},\frac{1}{7}\right)$　　（D） $\left(\frac{2}{7},\frac{4}{7}\right)$

二、填空题：本大题共 6 小题；每小题 5 分.

（13）若关于 x 的方程 $x^3-x^2+ax=0$ 有重根，则 $a=$____________.

（14）已知两条直线 m,n，两个平面 α,β，给出四个命题：

①若 $m//n,m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$　　②若 $\alpha//\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $m//n$

③若 $m//\alpha,m\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　④若 $\alpha\perp\beta,m//\alpha$，则 $m\perp\beta$

其中正确命题的序号是______________.

（15）设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都为正数，前 n 项为 S_n，若 $S_6=7S_2$，则其公比为__________.

北京博飞教育中心

（16）在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，经过 $P(2,1,1)$ 且与直线 $\begin{cases}x-3y+z+1=0,\\3x-2y-2z+1=0\end{cases}$ 垂直的平面方程为____________.

（17）若多项式 $p(x)$ 满足 $p(1)=1$，$p(2)=3$，则 $p(x)$ 被 x^2-3x+2 除所得的余式为________.

（18）设有 4 张不同的卡片，若有放回地抽取 4 次，每次随机抽取一张，则恰好有两张卡片未被抽到的概率为______________.

三、解答题：本大题共 4 小题：每小题 15 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（19）设函数 $f(x)=|2x-3|+|x+2|$.

（Ⅰ）把 $f(x)$ 写成分段函数，并求 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）解不等式 $f(x)<5$.

（20）设 ΔABC 为锐角三角形. 证明

（Ⅰ）$\sin A+\sin B>1+\cos C$；

（Ⅱ）$2<\sin A+\sin B+\sin C\le\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

（21）设抛物线 $C:y=\frac{x^2}{4}$ 与直线 $l:y=kx+1$ 交于 A、B 两点，P 为抛物线在这两点的切线的交点.

（Ⅰ）当 $k=1$ 时，求点 P 的坐标；

（Ⅱ）当 k 变化时，求点 P 的轨迹.

（21）数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项为 S_n，满足 $a_1=1,\ a_{n+1}-S_n=n$.

（Ⅰ）写出 $\{a_n\}$ 的前三项；

（Ⅱ）设 $b_n=S_n+n+1$，证明 $\{b_n\}$ 是等比数列；

（Ⅲ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

北京博飞教育中心