

北京博飞教育中心独家奉献

2006 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数学

本试卷共 10 页，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得分	评卷人

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

(1) 若 $\cos \alpha > 0$ 且 $\cot \alpha < 0$ ，则 α 是

(A) 第一象限的角 (B) 第二象限的角 (C) 第三象限的角 (D) 第四象限的角

(2) 设集合 $M = \{x | x \geq 1\}$, $N = \left\{x | \frac{x+1}{x-2} < 0\right\}$, 则 $M \cap N =$

(A) $\{x | 1 \leq x < 2\}$ (B) $\{x | 1 < x < 2\}$ (C) $\{x | x > -1\}$ (D) $\{x | x \geq 1\}$

(3) 如果函数 $y = ax^3 + bx^2 + x$ 的图像经过原点 $P(1, 2)$ 和 $Q(-1, 2)$ ，则 $a^2 - b^2 =$

(A) 4 (B) 3 (C) -3 (D) -4

(4) 复数 $z = \frac{(2-i)(3+2i)}{(1+i)^2}$ 的虚部是

(A) $-4i$ (B) -4 (C) $4i$ (D) 4

(5) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n ，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = 2$ ，则该数列的公差是 $d =$

(A) 4 (B) 2 (C) -2 (D) -4

(6) 若函数 $y = \cos x$ 的图像按向量 $a = \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$ 平移后，与函数 $f(x)$ 的图像重合，则 $f(x) =$

(A) $\sin x + 1$ (B) $\sin x - 1$ (C) $-\sin x + 1$ (D) $-\sin x - 1$

(7) 设函数 $f(x) = |x^2 - 1|$ ，若 $0 < x < y$ ，且 $f(x) = f(y)$ ，则

- (A) $y = \sqrt{4-x^2} (0 < x < \sqrt{2})$ (B) $y = \sqrt{4-x^2} (0 < x < 2)$
 (C) $y = \sqrt{2-x^2} (0 < x < \sqrt{2})$ (D) $y = \sqrt{2-x^2} (0 < x < 1)$
- (8) 用 0、1、2、3、4、5 组成没有重复数字的六位数，能被 25 整除的共有
 (A) 60 个 (B) 42 个 (C) 30 个 (D) 24 个
- (9) 设 α, β 是两个相交平面，直线 $m \perp \alpha$ ，则在平面 β 内，
 (A) 不存在与 m 平行的直线 (B) 不存在与 m 垂直的直线
 (C) 有无穷多条与 m 垂直的直线 (D) 至少有一条与 m 平行的直线
- (10) 从坐标原点引两条射线，都与圆 $x^2 + y^2 - 8x + m = 0$ 相切，若两射线成 60° 角，则 $m =$
 (A) 14 (B) 12 (C) 8 (D) 4
- (11) 设抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = -2$ 的交点到抛物线的焦点的距离为 3，则 $a =$
 (A) 4 (B) -4 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$
- (12) 已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是 \mathbb{R} 上的可导函数，对任意实数 x ，都有 $f(x)g(x) \neq 0$ 和
 $f(x)g'(x) > f'(x)g(x)$ ，那么，当 $a < x < b$ 时，必有
 (A) $f(b)g(x) > f(x)g(b)$ (B) $f(x)g(x) > f(a)g(a)$
 (C) $f(x)g(b) > f(b)g(x)$ (D) $f(x)g(a) > f(a)g(x)$

得 分	评卷人

二、填空题：本大题共八小题；每小题 4 分，共 32 分。把答案填在题中横线上。

- (13) 函数 $f(x) = 2\sin(3x + \frac{\pi}{3})$ 的最小正周期为_____。
- (14) 六棱柱的截面多边形，其边数最多为_____。
- (15) 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，若平面 $ax + 2y + 3z = 1$ 与平面 $2x + y - az = 2$ 互相垂直，则 a 的值为_____。
- (16) 在极坐标平面中，圆 $\rho = 4\sin\theta$ 的圆心的极坐标为_____。
- (17) 双曲线 $9x^2 - 16y^2 = 1$ 的焦距为_____。

(18) 若以 $2x^2 - 3x - 2$ 除多项式 $f(x)$ 与 $g(x)$, 分别得余式 $2x+3$ 与 $4x-1$, 则以 $2x+1$ 除 $f(x)-g(x)$ 所得的余式为_____.

(19) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都为正数, 且 $a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 1$, $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_6} = 10$, 则 $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_6$ 的值为_____.

(20) 若 $\triangle ABC$ 的内角 A、B 满足 $\cos A \cos B = \frac{2}{5}$, 则 $\sin A \sin B$ 的最大值为_____.

三. 解答题: 在第 21、22、23 题三个题中任选两题作答. 在第 24、25、26、27 这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题.

得 分	评卷人

(21) (本题满分 14 分)

设向量 \vec{a} 、 \vec{b} 不共线, $|\vec{a}|=2$, $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$, $\langle 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} - 2\vec{a} \rangle = 45^\circ$. 求 $|\vec{b}|$ 与 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ 的大小.

得 分	评卷人

(22) (本题满分 14 分)

过点 $M(1, 1)$ 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 相交于两点 A、B 两点, F 是椭圆的右焦点, 且 $\overline{FA} + \overline{FB} = 2\overline{FM}$, 求点 F 到直线 AB 的距离

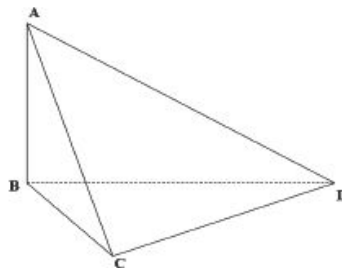
得分	评卷人

(23) (本题满分 14 分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $AB \perp$ 面 BCD , 面 $ABC \perp$ 面 ACD ,
且 $\angle ACB = \angle CBD = 45^\circ$.

(I) 求证 $BC \perp CD$;

(II) 求直线 AC 与平面 ABD 所成角的大小.



得分	评卷人

(24) (本题满分 15 分, 文史类考生不做)

某质检员检 1 件产品时, 将正品误判为次品的概率为 0.1, 将次品误判为正品的概率为 0.2. 试问: 该质检员将“3 将正品 2 件次品”误判为“2 件正品 3 件次品”的概率是多少? (保留 4 为有效数字)

得分	评卷人

(25) (本题满分 15 分, 文史类考生不做)

设函数 $f(x) = x - \ln(x+1) (x > -1)$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和最小值;

(II) 又设 $0 < a - b < 1 \leq a + b$, 求证: $0 < a \ln \frac{2a}{a+b} + b \ln \frac{2b}{a+b} < \ln 2$

得 分	评卷人

(26) (本题满分 15 分, 理工类考生不做)

袋中有大小相同的红球和白球若干个, 其中红、白球的个数的比为 4:3. 假设从袋中任取 2 个球, 得到的都是红球的概率为 $\frac{4}{13}$.

(I) 试问: 袋中的红白球各有多少个?

(II) 先从袋中逐次取球, 每次从袋中任取 1 个球, 若取到白球, 则停止取球, 若取到红球, 则继续下一次取球, 试求: 取球不超过 3 次便停止的概率.

得 分	评卷人

(27) (本题满分 15 分, 理工类考生不做)

设正数 x, y 满足 $2x^2 + y^2 - 4x = 0$.

(I) 求 x 的取值范围;

(II) 求 $\lg x + \lg y$ 的最大值;

