

## 北京博飞教育中心独家奉献

2002 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

## 数学

本试卷共 10 页，满分 100 分，考试用时 120 分钟。

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

得 分	评卷人

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

1. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  的渐近线方程为

(A)  $3x \pm 4y = 0$  (B)  $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$  (C)  $4x \pm 3y = 0$  (D)  $2x \pm \sqrt{3}y = 0$

2. 在平面直角坐标系中，直线  $x + ay + 2 = 0$  与直线  $2x + y + c = 0$  平行的充分必要条件是

(A)  $a = \frac{1}{2}$  且  $c \neq 1$  (B)  $a = 2$  且  $c \neq 1$  (C)  $a = 2$  且  $c \neq 4$  (D)  $a = \frac{1}{2}$  且  $c \neq 4$

3. 焦点为  $F_1(1,0)$  和  $F_2(7,0)$  的椭圆，若离心率为  $\frac{1}{2}$ ，则长半轴长为

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8

4. 已知函数  $y = f(x)$  的图像与  $y = x^3 + 1$  的图像关于直线  $y = x$  轴对称，那么  $f(x) =$

(A)  $\sqrt[3]{x} - 1$  (B)  $\sqrt[3]{x} - 1$  (C)  $\sqrt[3]{x+1}$  (D)  $\sqrt[3]{x} + 1$

5. 若正数  $a \neq 1, b = a^2 + 1, c = b - a$ ，则

(A)  $2a < b < 2c$  (B)  $2c < b < 2a$  (C)  $c < 2b < 2a$  (D)  $2a < 2c < b$

6. 若函数  $f(x) = \lg(\sqrt{2x^2 + 1} + ax)$  是奇函数，则  $a =$

(A) 2 (B)  $\pm 2$  (C)  $\sqrt{2}$  (D)  $\pm\sqrt{2}$

7. 在数列  $\{a_n\}$  中, 首项  $a_1 = 0$ , 且对任意正整数  $n$ , 都有  $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 1)$ , 那么, 数列的通项

$a_n =$

- (A)  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  (B)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 1$  (C)  $1 - 2^{n-1}$  (D)  $2^{n-1} - 1$

8. 函数  $y = \tan x - \cot x$  的最小正周期为

- (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C)  $\pi$  (D)  $2\pi$

9. 函数  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  的最小值是

- (A)  $\frac{1}{8}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$

10. 正方体的截面是一个多边形, 该截面多边形的边数最多可以是

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

11. 正方体共有 8 个顶点, 以其中的三点为顶点的等边三角形共有

- (A) 3 个 (B) 6 个 (C) 8 个 (D) 12 个

12. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ , 那么集合  $B = \left\{x \mid x = \frac{b}{a}, a, b \in A\right\}$  中所含元素的个数为

- (A) 21 (B) 17 (C) 13 (D) 12

得分	评卷人

二、填空题: 本大题共 8 小题; 每小题 3 分, 共 24 分. 把答案填在题中横线上.

13. 在空间直角坐标系中, 经过点  $P(1, -1, 2)$  且垂直于平面  $2x - 2y + 3z = 1$  的直线之方程为\_\_\_\_\_.

14. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ , 其中  $\theta \in (0, \pi)$ . 若  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , 则  $\theta$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 函数  $y = \frac{1+3^{-x}}{1+3^x}$  的值域是区间\_\_\_\_\_.

16. 在  $\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$  的展开式中, 常数项的值为\_\_\_\_\_.

17. 若圆锥的轴截面是正三角形, 且面积等于  $20\sqrt{3}cm^2$ , 则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_  $cm^2$ .

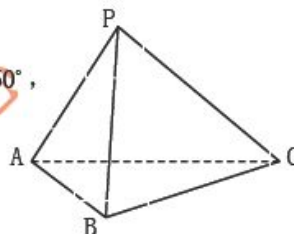
18. 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_3 + a_7 = 6$ , 则  $a_2 + 2a_5 + a_8$  的值为\_\_\_\_\_.
19. 使复数  $(3 + \sqrt{3}i)^n$  成为实数的最小正整数  $n$  的值是\_\_\_\_\_.
20. 若多项式  $p(x)$  被  $x-2$  除后的余式为 6, 而被  $x+2$  除后的余式是 2, 则  $p(x)$  被  $x^2-4$  除后的余式是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 在第 21, 22, 23 题三个题目中任选两题作答, 在第 24、25、26、27 这四个题目中按考生报考专业的类别完成两题.

得 分	评卷人

21. (本小题满分 10 分)

如图, 在正三棱锥  $P-ABC$  中, 侧棱与底面所成的角等于  $60^\circ$ , 底面三角形的边长为  $a$ , 求这个棱锥的体积.



得 分	评卷人

22. (本小题满分 10 分)

在直角坐标平面上, 向量  $\overrightarrow{OA} = (1, 3)$  与  $\overrightarrow{OB} = (-3, 1)$ , 在直线  $l$  上的射影长度相等, 且直线  $l$  的倾斜角是锐角, 求  $l$  的斜率.

得 分	评卷人

23. (本小题满分 10 分)

在高出海面  $hm$  的小岛  $A$  处, 看到正东方有一只船  $B$ , 俯角为  $30^\circ$ , 又看到正西方偏南  $30^\circ$  的方向有另一只船  $C$ , 俯角为  $45^\circ$ , 求  $B$ 、 $C$  两船的距离.

得 分	评卷人

24. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

证明不等式  $(\lg 2 - \lg 3) + (\lg 4 - \lg 5) + \dots + [\lg(2n) - \lg(2n+1)] > \frac{1}{2} \lg(2n+3) - \lg(2n+2)$  对任意正整数  $n$  都成立.

得 分	评卷人

25. (本小题满分 10 分, 文史类考生不做)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 过定点  $P(0,1)$  的直线与抛物线  $y^2 = 4x$  有两个交点  $A$  和  $B$ , 求线段  $AB$  中点  $M$  的轨迹方程. (写成普通方程的形式.)

得 分	评卷人

26. (本小题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

解不等式  $\log_2 |x+1| < 1 + \log_2 |x-1|$ .

得 分	评卷人

27. (本小题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 两圆  $x^2 + y^2 = 9$  和  $(x-6)^2 + y^2 = 1$  的外公切圆的圆心在直线  $2x - y = 4$  上, 求这个公切圆的方程.