北京博飞华侨港澳台联考培训班---数学专项训练---数列 10

数列综合大题练习

1. 等差数列$\{a_n\}$中，$a_4=10$且a_3，a_6，a_{10}成等比数列，求数列$\{a_n\}$前 20 项的和S_{20}.

2. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=4a_n-3n+1$，$n\in\mathbf{N}^*$.

A. 证明数列$\{a_n-n\}$是等比数列；　　（2）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n；

3. 已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=5,$前n项和为S_n，且$S_{n+1}=2S_n+n+5(n\in N^*)$，证明$\{a_n+1\}$是等比数列；

4. 已知正项数列$\{a_n\}$，其前n项和S_n满足$10S_n=a_n^2+5a_n+6$且a_1，a_3，a_{15}成等比数列，求a_n.

5. 已知$a_1=\frac{1}{2}$，且$2S_{n-1}S_n+a_n=0\left(n\geq 2\right)$，（1）求证$\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$是等差数列；（2）求$a_n$.

6. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．已知$a_1=a$，$a_{n+1}=S_n+3^n$，$n\in\mathbf{N}^*$．设$b_n=S_n-3^n$，求b_n．

7. 已知$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{n+2}{n}S_n$，求证：（1）$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等比数列；（2）$S_{n+1}=4a_n$

1. 设$\{a_n\}$是公比大于 1 的等比数列，S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$S_3=7$，且$a_1+3,3a_2$，a_3+4构成等差数列．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）令$b_n=\ln a_{3n+1}$，$n=1,2,\cdots$，求$\{b_n\}$的前n项和T_n．

9. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85$，$n\in N^*$，

（1）证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；（2）求数列$\{S_n\}$的通项公式，并求出使得$S_{n+1}>S_n$成立的最小正整数n．

10. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1=2,a_1+a_2+a_3=12$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；　　（2）令$b_n=a_nx^n\,(x\in R)$. 求数列$\{b_n\}$前 n 项和的公式.

2. 已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前 n 项和满足$S_n>1$，且$6S_n=(a_n+1)(a_n+2),n\in N^*$，

求a_n.

12. 等差数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_1=3$，前n项和为S_n，$\{b_n\}$为等比数列，$b_1=1$，且$b_2S_2=64,\ b_3S_3=960$． (1)求a_n与b_n； (2)求和：$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}$．

13. 若S_n是公差不为0的等差数列$\{a_n\}$的前n项和，且S_1,S_2,S_4成等比数列。
（1）求数列S_1,S_2,S_4的公比。 （2）若$S_2=4$，求$\{a_n\}$的通项公式.

14. 设$\{a_n\}$是等差数列,$\{b_n\}$是各项都为正数的等比数列,且$a_1=b_1=1$，$a_3+b_5=21$，$a_5+b_3=13$.
（1）求$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式； （2）求数列$\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$的前$n$项和$S_n$.

15. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=2n^2$，$\{b_n\}$为等比数列，且$a_1=b_1,b_2(a_2-a_1)=b_1$.
（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式； （2）设$c_n=\frac{a_n}{b_n}$，求数列$\{c_n\}$的前n项和T_n.

16. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+2^n$．
（1）设$b_n=\frac{a_n}{2^{n-1}}$．证明：数列$\{b_n\}$是等差数列； （2）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n．

17. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$S_n = 2a_n + (-1)^n, n \geq 1$.
（1）写出数列$\{a_n\}$的前三项a_1, a_2, a_3；　　（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

18. 设数列{a_n}的首项a_1∈（0, 1），$a_n=\dfrac{3-a_{n-1}}{2}$，n=2, 3, 4…求{a_n}的通项公式；

19. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1 = 1$，$a_2 = 2$，且$a_{n+1} = (1+q)a_n - qa_{n-1}$ $(n \geqslant 2，q \neq 0)$.
（1）设$b_n = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbf{N}^*)$，证明$\{b_n\}$是等比数列；　　（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

20. 数列$\{a_n\}$的前 n 项和记为 S_n，已知$a_1 = 1, a_{n+1} = \dfrac{n+2}{n} S_n (n = 1,2,3\cdots)$.
证明：（1）数列$\{\dfrac{S_n}{n}\}$是等比数列；　（2）$S_{n+1} = 4a_n$.

21. 在数列$\{b_n\}$中，$b_1 = 1$．S_n为数列$\{b_n\}$的前n项和，且满足$\dfrac{2b_n}{b_n S_n - S_n^2} = 1 (n \geqslant 2)$，
证明数列$\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$成等差数列，并求数列$\{b_n\}$的通项公式；

22. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足$a_1=2$，$b_1=1$，且$\begin{cases} a_n=\dfrac{3}{4}a_{n-1}+\dfrac{1}{4}b_{n-1}+1 \\ b_n=\dfrac{1}{4}a_{n-1}+\dfrac{3}{4}b_{n-1}+1 \end{cases}$（$n\geqslant 2$）

（1）令$c_n=a_n+b_n$，求数列$\{c_n\}$的通项公式；（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式及前n项和公式S_n.

23. 已知$\{a_n\}$是整数组成的数列，$a_1=1$，且点$(\sqrt{a_n},a_{n+1})(n\in N^*)$在函数$y=x^2+1$的图像上：

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；（2）若数列$\{b_n\}$满足$b_1=1,b_{n+1}=b_n+2^{a_n}$，求证：$b_n\cdot b_{n+2}<b_{n+1}{}^2$

24. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，前n项和S_n满足条件$\dfrac{S_{2n}}{S_n}=\dfrac{4n+2}{n+1},n=1,2,\cdots$，

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；（2）记$b_n=a_np^{a_n}(p>0)$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

25. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=4a_n-3n+1$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）证明数列$\{a_n-n\}$是等比数列；　　（2）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n；

（3）证明不等式$S_{n+1}\leqslant 4S_n$，对任意$n\in\mathbf{N}^*$皆成立.

26. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．已知$a_1=a$，$a_{n+1}=S_n+3^n$，$n\in\mathbf{N}^*$．

（1）设$b_n=S_n-3^n$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；　（2）若$a_{n+1}\geqslant a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，求a的取值范围.

27. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_2=2,a_n=\frac{1}{3}(a_{n-1}+2a_{n-2})$（n=3, 4, …），数列$\{b_n\}$满足$b_1=1,b_n(n=2,3,\cdots)$是

非零整数，且对任意的正整数 m 和自然数 k，都有$-1\le b_m+b_{m+1}+\cdots+b_{m+k}\le 1$．求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式.

28. 已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=5,$前n项和为S_n，且$S_{n+1}=2S_n+n+5(n\in N^*)$

（1）证明数列$\{a_n+1\}$是等比数列；

（2）令$f(x)=a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，求函数$f(x)$在点$x=1$处的导数$f'(1)$.